

Domáca úloha č.6

Lokálne extrémym

Nájdite lokálne extrémym¹ funkcie $f(x, y)$:

1. $f(x, y) = 4x^5y - 7y^3 + 2xy$
2. $f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$
3. $f(x, y) = y - \frac{x^3}{3} + \ln(x - y)$
4. $f(x, y) = x^3 + y^3$
5. $f(x, y) = x^3y^3(6 - x - y)$

Viazané extrémym

Nájdite viazané extrémym² funkcie $f(x, y)$ pri väzbe $\phi(x, y) = 0$:

6. $f(x, y) = x^2 + y^2, \quad \phi(x, y) = x + y - 1 = 0;$
7. $f(x, y) = x + y, \quad \phi(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0;$
8. $f(x, y) = x + y, \quad \phi(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - 1 = 0;$
9. $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x - 6y, \quad \phi(x, y) = x + 5y - 5 = 0;$

¹Nájdite stacionárne body $X = [x, y]$ riešením sústavy rovníc $f'_x = 0$ a $f'_y = 0$. Zostrojte Hessian determinant $H(x, y) = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix}$ a vyčíslite ho v identifikovaných stacionárnych bodoch. Podmienka existencie lokálneho extrémym v stacionárnom bode: $H(X) > 0$. Pre lokálne minimum potom platí $f''_{xx}(X) > 0$, pre lokálne maximum platí $f''_{xx}(X) < 0$.

²Riešte ako sústavu rovníc a v takom prípade použite aparát známy z vyšetrovania priebehu funkcie jednej premennej. Alebo použite metódu Lagrangeových multiplikátorov a v takom prípade využite aparát používaný pre vyšetrovanie priebehu funkcie viacerých premenných.